講義ノート

高密度物質と中性子星

Illinois 大学　Gordon Baym

第5回講義　1979年11月19日

〝クォーク物質〃

今まで高密度物質についていろいろと話をしてきました。物質を圧縮すると何がおこるだろうか。密度が$10^4 g/cm^3$に達するとイオン状態になる。すべての電子は伝導状態にはいり，裸の原子核と電子のプラズマになってしまう。つづけて圧縮すると，核物質密度で原子核はくっつきはじめて核子の流体になる。この核子はそれぞれ3つのクォークから構成されている。更に圧縮されて核子同士がくっつきはじめると，ばらばらのクォークからなる液体になる。それはクォーク物質と呼ばれる。

クォーク物質はどこにあるか

今日は，クォーク物質について説明し，いつクォーク物質への相転移が起こるかを評価する。

クォークは自然の基本の構成要素である点状粒子であり，クォーク物質は物質が非常に高い密度にまで圧縮された時の究極の状態である。クォークの物質は，重い中性子星の内部の芯の部分に存在する可能性がある。また重イオン衝突でも，2つの大きな原子核が衝突して重なった領域で核子密度が上昇してクォーク物質ができる可能性がある。クォーク物質は宇宙の初期においては非常に重要である。膨張宇宙を逆にたどると，宇宙の初めの数分の1秒では密度は少くとも通常の原子核と同程度になる。更に前へ戻れば宇宙はクォーク物質からできていた。だからクォーク物質は宇宙論でたいへん重要である。

クォーク物質への転移がいつおこるかを簡単に評価しよう。これはだいたい核子がたがいにくっつきはじめるところである。この時の密度は$n_f \simeq (4\pi r_N^3/3)^{1}$で$r_N$は有効核子半径である。半径が$r_N \simeq 1$ fm（1 fm$=10^{-13}$ cm）の時は$n_t \simeq 0.24$ fm^{-3}，　もしも半分の半径だとすれば（$r_N \simeq 0.5$ fm）密度は8倍に増加する（$n_t \simeq 1.9$ fm^{-3}）。この転移は通常の核物質密度が0.17 fm^{-3}であることを思いおこせば，それより少し高いところである（$n_t \simeq 1.4 n_0 - 11 n_0$）。

クォークの色と香りと相互作用

クォークはスピン$\frac{1}{2}$の Fermion で電荷が$\frac{2}{3}$，$-\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$等であり〝香り〃（ flavor ）としてア

ップ，ダウン，ストレンジ，チャーム等をもち，バリオン数は$\frac{1}{3}$である。（表１）。核子は３つのクォークからからできていてバリオン数は１。中性子はuddクォークからなり電荷は$\frac{2}{3}+2\times(-\frac{1}{3})=0$，陽子はuudで電荷が$2\times\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=1$。核子内のu, dクォークの質量は非常に小さく５～10MeVである。質量が小さいことは自然界でみられるカイラル対称性を成り立たせるのに必要である。ストレンジ・クォークはもっと重く，チャームは更にずっと大きな質量をもつ。

表1　クォークとハドロン

	charge	baryon no.	strangeness	mass
u	2/3	1/3	0	~10-100MeV
d	-1/3	1/3	0	~10-100MeV
s	-1/3	1/3	-1	>100MeV
c	2/3	1/3	0	>1GeV
...	...	...	..	.....

Neutron = u + d + d
Proton = u + u + d
Mesons = quark + antiquark

} in color (anti-) symmetric (or "neutral" or "singlet") combinations

香り量子数に加えて，クォークは〝色″(color)と呼ばれる量子数をもつ。これは３つの値，〝赤，緑，青″をとる。重要なことは，色量子数はクォークの波動関数が，空間，スピン，アイソスピンに関して完全に対称になることを許していることだ。元々のクォーク模型は，たくさんの素粒子を空間，スピン，アイソスピンについて完全対称な状態を使って説明した。クォークがどうしてFermionかが問題になり，内部量子数としての色が導入された。クォークは色に関して完全に反対称な状態になっている。また色は実質上電荷のようにふるまい，これらの状態は無色となっている。

電磁気では荷電粒子間の相互作用は光子の交換で生じる　Coulomb力 e^2/r である。逆符号の電荷間には引力で，同符号では斥力だが，電気的に電子＋陽電子とか電子＋陽子といった中性

の系は長距離 Coulomb 場をもたない。

クォークとグルオンの相互作用を記述する量子色力学 (QCD: quantum chromodynamics) では色は有効電荷としての役割を果たすが，少し事情は複雑である。２つの赤クォークのように同じ色同士の相互作用はみな同じで $g^2(r)/r$ の形をもつ。異なる色のクォーク間の相互作用は $-\frac{1}{2}g^2(r)/r$ である。赤，緑，青のクォークからできる色１重項の核子は，長距離相互作用をしない色が中性の物質としてふるまう。たとえば青クォーク間の相互作用は青 - 赤，青 - 緑の相互作用の２倍で逆向きだから，正味の相互作用はゼロである。量子電気力学（QED）で相互作用が光子の交換で生じるのと同様に，ここではグルオンの交換で生じる。グルオンは光子のように質量をもたないベクトル中間子であるがクォークに必要な複雑な相互作用をうるには，１つのグルオンではだめで，８つの異なるグルオン（色８重項）を必要とする。グルオンはそれ自身で色をもち，奇妙なことがおこる。QEDでは光子は光子を放出できない。すなわちQEDは線形理論である。これに対しQCDは，色は電荷としてはたらき，グルオンは色つきなので，グルオン自身がグルオンを放出，吸収できる非線形理論である。

クォーク・グルオン場は，クォーク物質を理解する上で重要な漸近的自由という性質をもっている。QEDでは電子を遠くから見ると真空分極のために電荷は裸のものとは異っている。遮蔽された電荷の内側へはいっていくと有効電荷は大きくなり，ついには電荷は無限大となる。QCDは全く異った構造をもち，クォークの有効電荷は短い距離ではゼロとなる。これが漸近的自由の性質である。

真空の分極は２つの過程から生ずる。１つはQEDと同様のクォーク - 反クォーク対の過程だが，もう１つはグルオンがグルオンを励起する自己エネルギーの過程で，これは遠くで眺めた有効電荷を増大させる。グルオン過程はクォーク - 反クォーク過程を凌駕し，正味の結果は，短距離では有効電荷はますます小さく長距離ではますます大きくなる。運動量空間で言うと，移行運動量が無限大になるとき有効電荷は対数的にゼロになる。すなわち

$$\alpha \sim \frac{1}{\ln(p_t/\lambda)}$$

この定数 λ は，たぶん 0.5 GeV の程度の大きさで，実験的に決まる量でありクォーク - グルオン相互作用を記述する基本的なパラメーターである。

さて，クォークの閉じこめがおこるためには，長距離で力は非常に強くなっていなければならない。核子からクォークを取り出そうとしても引きもどす力が強くてできない。次のようになると信じられている。電気力学がたとえば電子 - 陽電子間に単純な双極型の Coulomb 場を

つくるのと対照的に，クォーク間では非線形相互作用が力線場を圧縮してゴムひも状にする。ひきはなそうとしたときに，回復力はゴムひものようで，伸ばせば伸ばすほど強い。あまり強くひっぱるとひもはちぎれてしまう。例えば中間子を考えると，クォーク-反クォーク対は，わかれて２つの中間子（すなわち，（クォーク-反クォーク）＋（クォーク-反クォーク））となる。こういうわけで，クォークを単独で取り出すことはできない。

相対論的クォーク気体

今述べた，漸近的自由と無色の状態をつくる性質はクォーク物質にとって非常に重要である。非常に高密度のクォーク物質を考えよう。漸近的自由性によって隣同士のクォーク間の相互作用はゼロである。他方長距離の相互作用は，プラズマ中の長距離相互作用が遮蔽されるのと同様に，離れたクォークの集団が平均的に無色であるために働かない。短距離相互作用を弱める漸近的自由性と長距離相互作用の遮蔽，この２つの結果として，非常に高密度ではクォーク間の相互作用は弱くなる。もしこれらの理論，すなわち自然の基本法則としてのクォーク-グルオン相互作用が全体として正しければ，高密度における物質の極限状態は相互作用のない相対論的クォーク気体である。超高密度では Fermi 運動量はクォークの質量よりはるかに大きい（$p_f \gg m$）からである。

純粋の中性子物質を考えよう。それは低温では上向きスピンと下向きスピンの２つの Fermi 海をつくる。中性子の数は $n = p_n^3/(3\pi^2)$ である。これがクォーク物質になるまで圧縮する。すると２つの中性子の Fermi 海にかわって，クォークの 12 個の Fermi 海があらわれるだろう。すなわち，上向きスピンと下向きスピン，アップとダウンの香り（中性子＝u＋d＋d であった），さらに赤，緑，青の３色。そこで，上向きスピン-ダウンの香り-青色クォークの Fermi 海といった 12 の組合せがある。アップ・クォークはダウン・クォークの半分ではじめの中性子と同じだけある。そのような相互作用のないクォーク物質のエネルギーは，相対論的 Fermi 気体の１粒子の平均エネルギーは Fermi 運動量の $\frac{3}{4}$ だから

$$E = \frac{3}{4}\left(n_u p_u + n_d p_d \right)$$

である。フェルミ運動量は密度の $\frac{1}{3}$ 乗に比例するから

$$E \propto n^{4/3}$$

である。

もう1種のおもしろいクォーク物質は完全ベータ平衡にあるものである。星の中でクォーク物質を作ると，製作中にニュートリノはみんな逃げてしまう。そこで

$$d \rightarrow u + l + \bar{\nu}, \qquad u + l \rightarrow d + \nu$$

$$S \rightarrow u + l + \bar{\nu}, \qquad u + l \rightarrow S + \nu$$

などがおこる。ここでlはレプトンで，電子やミューオンなどである。超高密度での静止質量を無視した簡単な計算から次のことがわかる。

$$n_l = n_u = 0,$$

$$n_u = n_d = n_s$$

これは，アップ，ダウン，ストレンジの3つからなるラムダ粒子を圧縮して得られるものと同じである。

クォーク物質のバリオン数あたりの体積との関係をグラフにしよう（図1）。通常の核物質

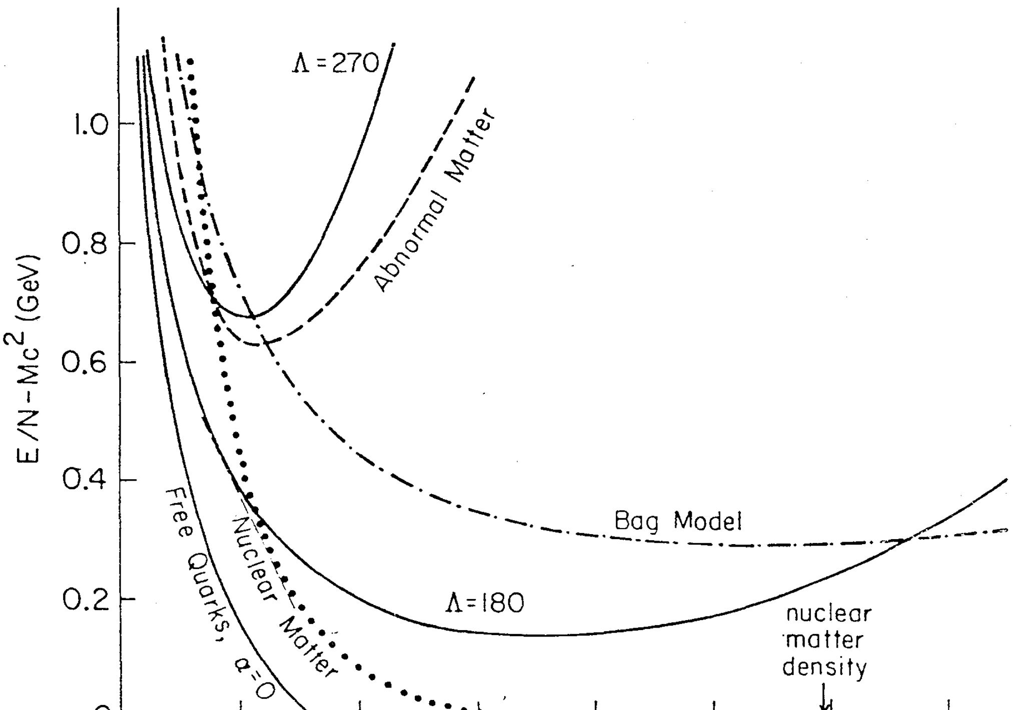

図1　クォーク物質と核物質のバリオンあたりのエネルギー

密度にあたるところに16MeVの小さな極小をもつ。これは核子の束縛エネルギーである。高密度側ではエネルギーは密度に比例して上昇する。これは，どんな理論でも粒子あたりのエネルギーはとなりにくる粒子の数に比例するということである。さて，クォーク物質の方では密度の$\frac{1}{3}$乗に比例するのだから，つねにこちらの方が低い。このグラフには深刻な問題がある。自由クォーク物質の曲線は核物質密度の6倍のところで核子の静止質量より低いところまで落ちてしまう。これは通常の核物質がより密度の高い自由クォーク物質への転移に対して不安定であることを意味している。通常の核物質が安定なことを理解するためにはフォーク間の相互作用を考慮する必要がある。クォーク間の相互作用を考慮する満足な理論はないので，できることとして，2つの単純なアプローチについて述べる。1つは閉じこめに対するMIT 模型にもとづいたものであり，もう1つはクォーク-グルオン相互作用に関する摂動論である。

MIT バッグ模型とクォーク物質

クォーク-グルオン理論はたいへんむずかしい理論でいまのところ解かれていない。クォーク間の相互作用と低密度におけるクォークの自縄自縛の性質をとり入れる最も簡単な理論はMITバッグ模型である。これは閉じこめを仮定した現象論的理論である。核子は〝原始″(original) 空間の中の3つのクォークからなっていて，この〝原始″空間をバッグと呼ぶ。そこでバックの体積Vを大きくすればするほど大きなエネルギーをもつ，と宣言して閉じこめを仮定する。つまり核子のエネルギーはバッグの体積Vに比例している。比例係数Bは，MITの人々によると5.5MeV/fm^{3}である。それならどうしてバッグは縮んでしまわないのか。小さいバッグでは，中のクォークの零点運動が ── 相対論的粒子のエネルギーは，$E \sim cp$で運動量の期待値は$p \sim \hbar/R$だから ── $1/R$となる。さらにクォークとグルオンの相互作用では特徴的な長さがなく，ただ単純な結合定数$\alpha = g^2/4\pi$，これは2.2ぐらいになるが，あらわれるだけである。そこでこの相互作用のエネルギーも$1/R$でスケールされる。こうしてハドロンのエネルギーは

$$E = BV + \frac{A}{R}$$

の形をもつ。これは液体ハリウム中の電子とよく似ている。電子は液体の中に空洞をつくり，電子の零点運動エネルギーが第2項に相当し，第1項はヘリウムの圧力と空洞の体積との積にあたる ただし，ヘリウムの場合に重要な表面エネルギーはここにはない。

さてこのエネルギーをRについて極小化して，最小エネルギーから核子の質量，対応する$R_{\min}$から粒子の半径をうる。MITの人々は$B = 5.5$MeV/fm^3，$\alpha \simeq 2.2$として$R_{\min}$として

ちょうど1 fmをえた。

この描像でクォーク物質の単位体積あたりのエネルギーを計算しょう。クォーク物質は全空間を占めているのでエネルギーは，定数＋運動エネルギーである。この運動エネルギーは密度の$\frac{4}{3}$乗に比例している。次にクォークの相互作用エネルギーはαの最低次では単純な交換エネルギーである。この計算は固体中の電子のものと全く同じである。重要な違いは相対論的な場合には磁気的総合作用が効いて符号がかわる。$E_{\mathrm{exch}}/p_{\mathrm{f}}^4$は$p_{\mathrm{f}}/m\to 0$では$-\alpha/\pi^3$，$p_{\mathrm{f}}/m\to\infty$では$\alpha/2\pi^3$となる（$\alpha=g^2/4\pi$：$g$はクォーク‐グルオン相互作用の結合定数）。運動エネルギーもFermi 運動量の4乗に比例する。

$$E/\mathrm{vol}=B+\frac{3}{4\pi^2}\sum_{i=\mathrm{u,d}\cdots}p_{\mathrm{f},i}^4+\frac{\alpha}{2\pi^3}\sum p_{\mathrm{f},i}^4=B+Dn_{\mathrm{b}}^{4/3}$$

1粒子あたりに直すと，

$$E/n_{\mathrm{b}}=B/n_{\mathrm{b}}+Dn_{\mathrm{b}}^{1/3}$$

これもグラフに書こう（図1）。こんどは低密度は核子相が，高密度ではクォーク相が低いエネルギーを与えており，2相の間で1次相転換が期待される。エネルギーの比較によって相転換を決めるためにはMaxwellの規則によって共通接線をひけばよい。2つの接点の間は2相共存領域である。

次にもう少し現実的な核子系の計算の結果を，たとえば中性子星物質について示す（図2）。

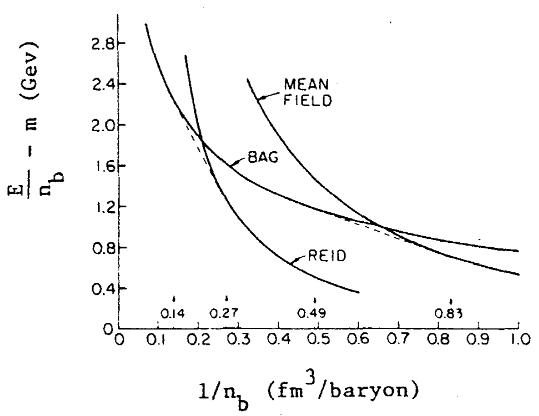

図2　図1と同じもの（現実的な核力による中性子星物質）

バッグ模型の計算と Reid 軟芯ポテンシャルによる曲線は交り相転移がおこるが，その時の密度は非常に大きく核物質密度の10倍である。核物質について Walecka の平均場理論をつかう

と交叉点は低密度側にうつるがそれでもやはり核物質密度よりずっと大きい。

これを中性子星に応用して，中性子星が芯にクォーク物質をもつほど高い密度になるかを調べてみる。中性子星の計算をするときは星の中心密度をパラメーターにして1階の微分方程式を積分する。中心密度と星の質量の関係は図3のようになる。最初は白色矮星が安定で，それから不安定になり，次に安定な中性子星があらわれ，これもあるところで不安定になる。我々が今行なったクォーク物質の状態方程式の計算とどれでもよいが核物質の状態方程式の計算をくらべてみると，相転移はかならず中性子星が安定である中心密度より高いところでおこる。このことは今のモデルでは相転移のおこる密度が高すぎて，中性子星の内部ではクォーク物質を作れないことを意味する。

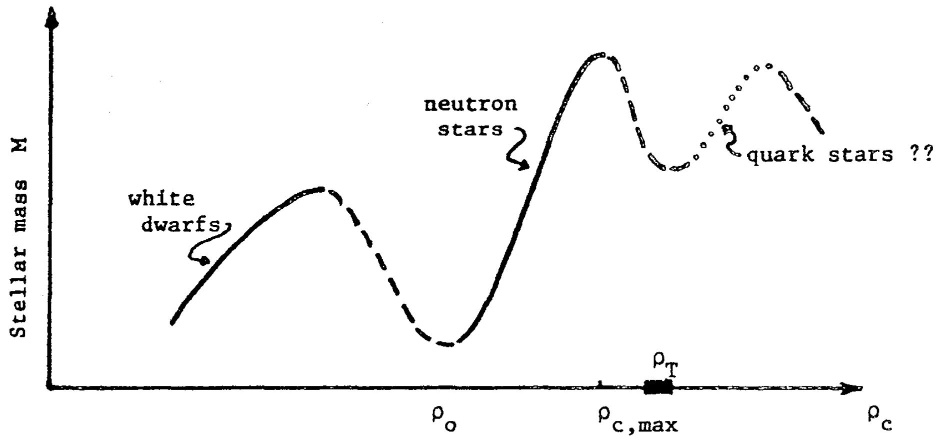

図3　星の中心密度と全質量の関係

クォーク星は存在するか

バッグ模型よりも良いクォークに対する理論を使えば相転移の密度がもっとも低くなる可能性はあるが，今のところ何とも言えない。もう1つの可能性は，もっと高密度で安定なクォーク星の分枝がありうるということである。電子星（白色矮星）が電子の縮退圧で星を支え，中性子星が中性子の縮退圧で星を支えているように，クォーク星はクォークの縮退圧で星を重力崩壊から支えている。クォーク星の存在は1970年に伊藤によって示唆された。

しかしクォーク星の存在はそんなにありそうなことではない。これを調べるために，まず普通の星の安定性について理解しておく必要がある。安定性に対する要請は，平均して

$$\Gamma = \frac{n_b}{P}\,\frac{\partial P}{\partial n_b} > \frac{4}{3}$$

が成りたつことである。Γは比熱比と同じで単原子気体では$\frac{5}{3}$，２原子気体で$\frac{7}{5}$，相対論的気体たとえば光子気体では$\frac{4}{3}$である。光子は$\Gamma=\frac{4}{3}$だから光子のみが重力で結びついている星は存在しない。もし重力が光子を結びつけたとしても，中立平衡である。半径や配位に関係なくエネルギーはゼロとなる。非常に重い星では光子がいっぱいあってそれが圧力には寄与するのだが，星の内部にある非相対論的な物質のおかげで星は安定になっている。白色矮星の場合も似たような理由で不安定になる。

密度が高くなって白色矮星の限界をこえると一般相対論の補正が重要になってくる。一般相対論の安定性への要請は

$$\Gamma > \frac{4}{3}\left(1 + K\frac{R_s}{R}\right)$$

におきかわる。ここでR_sは Schwartzshild 半径（$R_s = 2MG/c^2$でKは１の程度の数である。太陽のような星では，太陽質量に対して$R_s \approx 3$ kmであり，太陽の半径は10^6kmだからこの補正は全く重要でない。白色矮星は半径2000 kmくらいで補正は0.001となり，最後の不安定のあたりでは重要になる。中性子星は，半径10 kmで補正は１の程度となる。実際，中性子星のモデルで不安定のおこるところでは$\Gamma \approx 2$である。

何故安定なクォーク星をつくるのが困難かがわかる。密度がどんどん高くなって半径がますます小さくなると，より大きなΓ，すなわちかたい物質が必要となる。一方クォーク物質は密度が高くなると相互作用のない相対論的な気体となるのでΓは$\frac{4}{3}$に近づく。安定性の要請とは逆に，ますます軟くなるので安定なクォーク星はありそうもない。しかしいくつか状態方程式のモデル計算で，パラメーターの特別な値に対しクォーク星を許すものがある。だからクォーク星の可能性は完全に排除されたのではなくて，ただありそうにないということである。

QCD での計算

クォーク‐グルオン・ラグランジァンからのエネルギーの計算について考えよう。ラグランジァンの形は

$$\mathscr{L} = \bar{q}\gamma^{\mu}\left(i\partial_{\mu} + \frac{1}{2}g\lambda^{\alpha}A^{\alpha}_{\mu}\right)q - \bar{q}mq - \frac{1}{4}F^{\alpha}_{\mu\nu}F^{\mu\nu}_{\alpha}$$

でQEDのラグランジァンに似ている。qがクォーク場でAがグルオン場。第１項は自由クォークの運動エネルギーとクォーク‐グルオン相互作用，第２項は質量項，第３項は電磁気と同様のグルオン場テンソルで定義は

$$F^{\alpha}_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A^{\alpha}_{\nu} - \partial_{\nu}A^{\alpha}_{\mu} + gf_{\alpha\beta\gamma}A^{\beta}_{\mu}A^{\gamma}_{\nu}$$

ベクトルAの回転の項のほかにグルオン場の双1次項があり，$f_{\alpha\beta\gamma}$は色の対称群で決まる構造定数である。λ^{α}は色のゲージ群SU(3)の8つの生成子である。

くりこみ群の議論によって単位体積あたりのエネルギーは

$$E(n)=p_{\mathrm{f}}^{4}b(g(p_{\mathrm{f}}/\nu))$$

の形になることが示せる。Fermi運動量の4乗と無次元関数bの積で，bは無次元の結合定数gの関数である。このg自身がさらにp_{f}とくりこみを行う点の質量の比の関数である。結合定数gの従う方程式は

$$\frac{\partial g(\kappa)}{\partial \ln\kappa}\equiv\beta(g(\kappa))=-\frac{g(\kappa^{3})}{16\pi^{2}}(11-\frac{2}{3}N_{f})+\cdots$$

である。ベータ関数のこの形はgが小さいときのものであり，N_{f}はクォークの香りの数である。11はグルオン相互作用によるもので第2項はクォーク‐反クォーク対の遮蔽効果である。小さいgについてこの式を解けば〝微細構造定数″は

$$\alpha=\frac{g^{2}(p_{\mathrm{f}}/\nu)}{4\pi}\approx\frac{6\pi}{33-2N_{\mathrm{f}}}\quad\frac{1}{\ln p_{\mathrm{f}}/\Lambda}$$

となる。Λは定数で0.5GeVくらい。QCDではp_{f}が大きくなれば結合は弱くなる。これとは逆にQEDでは有効結合定数は高密度で大きくなる。子供のころに電子気体の勉強をした固体物理学者は電子気体では密度が大きくなれば相互作用が弱くなると憶えているだろう。電子の有効相互作用は非相対論領域では$\alpha\sim e^{2}/hv_{\mathrm{f}}$で密度の上昇とともに小さくなるが，$\ln(p_{\mathrm{f}}/m_{e})\sim137$くらいの密度からまた大きくなる。これは実際上は問題にならないきわめて大きな密度である。

くりこみ群の議論の内容を紹介しよう。化学ポテンシャルを導入して自由エネルギーを書く。

$$\Omega=E-\mu n$$

$$\Omega(\mu,m_{\mathrm{b}},g_{\mathrm{b}})=\Omega_{\mathrm{vacuum}}(0,m_{\mathrm{b}},g_{\mathrm{b}})+\Omega_{\mathrm{finite}}(\mu,m_{\mathrm{R}}(\nu),g_{\mathrm{R}}(\nu),\nu)$$

$$\Omega_{\mathrm{fin}}\equiv\mu^{4}b(\mu,m_{\mathrm{R}},g_{\mathrm{R}},\nu)$$

Ω_{fin}はμの4乗に比例し，bは無次元関数でm_{R}, g_{R}はくりこみ点($p^{2}=-\nu^{2}$)での質量と結合定数である。2つの式が成立する。1つは，自由エネルギーがくりこみ点の選び方によらないというもの

$$\left(\frac{\partial}{\partial \nu}+\frac{\partial m_R}{\partial \nu}\frac{\partial}{\partial m_R}+\frac{\partial g_R}{\partial \nu}\frac{\partial}{\partial g_R}\right) b=0$$

もう１つは，スケール不変性

$$b(\kappa\mu, \kappa m_R, g_R, \kappa\nu)=b(\mu, m_R, g_R, \nu),\quad \left(\mu\frac{\partial}{\partial\mu}+m_R\frac{\partial}{\partial m_R}+\nu\frac{\partial}{\partial\nu}\right) b=0$$

この２つの式から

$$\left[\mu\frac{\partial}{\partial\mu}+m_R(1+\gamma)\frac{\partial}{\partial m_R}-\beta\frac{\partial}{\partial g_R}\right] b(\mu, m_R, g_R, \nu)=0$$

$$\gamma=-\frac{\partial \ln m_R}{\partial \ln \nu}\qquad \beta=\frac{\partial g_R}{\partial \ln \nu}$$

となる。結果はエネルギーの係数 b の形として次の式が得られる。

$$b(\mu, m_R, g_R, \nu)=b\left(\frac{m(\mu/\nu)}{\nu},\ g(\mu/\nu)\right)$$

$$m(\kappa)=\frac{m_R(\nu)}{\kappa}\ \exp\left[-\int_1^\kappa d\kappa'\,\gamma\left(g(\kappa')\right)/\kappa'\right]$$

$$g(\kappa)=\int_1^\kappa\frac{d\kappa'}{\kappa'}\beta\left(g(\kappa')\right)+g_R(\nu)$$

次にどうやってエネルギーを計算したらよいかを説明しよう。先ほどの結合定数についての摂動論的な式（$\alpha=g^2/4\pi$ の表式）を思い出しておこう。ここで重要な点は結合定数そのものが密度に依存することである。エネルギーの最低次は交換エネルギーで，この値は α に比例する。次は２つあるいはそれ以上のバブルだがこれを有限個たしたものは発散する。これは電子気体の場合と同様であり，これを全部たしあわせると有限値をとり $\alpha^2\ln\alpha$ に比例する。相対論的電子気体の計算を行うと

$$E_{\mathrm{corr}}=\frac{p_f^4}{128\pi^4}e^4\ln e^2$$

が得られる。これをＱＣＤの場合にやきなおしてみる。まず基本となる１つのバブル図４（a）は電子気体では $e^2p_f^2$ に比例するが今の場合

$$\sum_i p_{fi}^2\frac{g^2}{4}\,\mathrm{tr}\,\lambda^\alpha\lambda^\beta=\frac{g^2}{2}\delta_{\alpha\beta}\sum_i p_{fi}^2$$

ここで p_{fi} は異った香りに対応する Fermi 運動量，λ^α はＱＣＤの群の構造を決める行列である。結果は非常に簡単で

$$E_{\text{corr}} = \left(\sum_i p_{fi}^2 \right)^2 \frac{\alpha^2}{4\pi^4} \ln \alpha + O(\alpha^2)$$

となる。

さて，ここまでのエネルギーの計算は単純であるがこの先はたいへんだ。例えば次のオーダーはα^2だが，これは3つのタイプの寄与から成っている。まずリング・ダイアグラム(b)，そしてグルオンが交錯するダイアグラム(c)。これらはどちらもQEDの場合にもあらわれるが，これに加えてグルオン間の非線型相互作用によるもの(d)が存在する，α^2の項を計算するのはおそろしくたいへんな仕事である。しかし強靱な人達がこの計算をやってのけた。結果は

$$E = \frac{\pi}{4} \frac{p_f^4}{\pi^2} N_f \left[1 + \frac{2\alpha}{3\pi} + \frac{2\alpha^2}{3\pi^2} \left(N_f \ln \frac{\alpha N_f}{\pi} + 1.41 N_f + 6.75 \right) \right] + \cdots\cdots$$

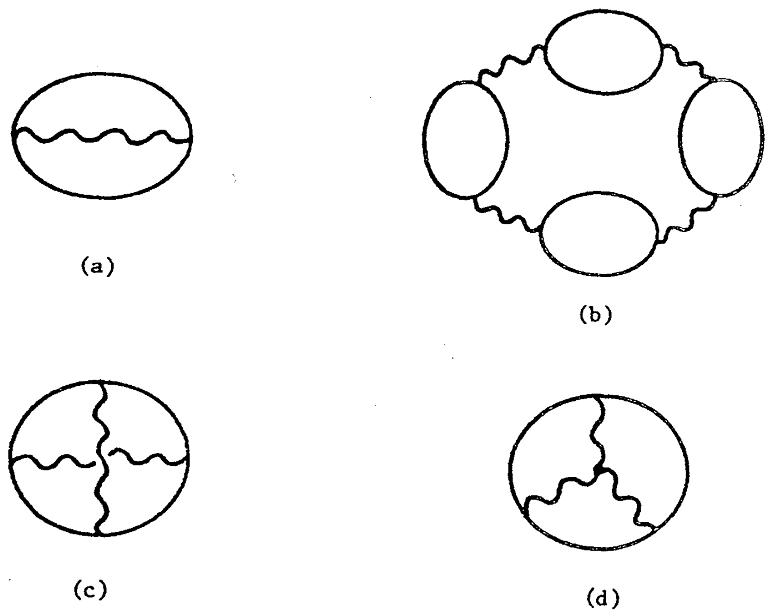

図4　交換エネルギーと相関エネルギーに寄与するダイアグラム

この結果は香りの数N_fに依存している。最初の項は自由な運動エネルギー，次が交換エネルギー，$\alpha^2 \ln\alpha$が相関のエネルギーで，そのあとに$\alpha^2 \times$定数の項がつづく。

以上がとにかく計算できることであるが，摂動的扱いがほんとうによいのかどうかは明確ではない。結合定数を動かしてグラフを書いてみる（図1）。このグラフはアイソスピン対称（$Z=N$）の核物質に対するものであり，同じ数のuクォークとdクォークのみからできている。ここにはΛの2つの値に対応するクォーク・プラズマのエネルギーの計算結果が描かれている。Fermi運動量p_fがΛの程度となると

$$\alpha(p_f) \propto (\ln p_f/\Lambda)^{-1} \to \infty$$

となるのでこの計算はよくないので，この結果が有効なのは$p_f \gg \Lambda$のところだけである。核物質密度のところでのp_fはだいたい235MeVとなるので$\Lambda = 180$ MeVの曲線の極小のところあたりまでは信用できるとみてよいだろう。Λが大きくなると曲線は上の方へあがっていく。$\Lambda = 500$MeVの場合がたぶん実験とうまくあうのだろうが曲線はずっと上へ行ってしまう。結局，Λのもっともらしい値に対しては核子からクォーク物質への転移は非常に高密度にならないとおこらない。だが大切なことは我々はまだ実験的にΛの値を決めるところまでいっていない点である。したがってクォークとグルオンの間のほんとうの結合の強さを我々は知らない。

以上が第1原理から出発してクォーク物質への転移への予測として我々に言える最も確かなことである。核子相とクォーク相とのエネルギーの比較をしたわけだが，クォーク相のエネルギー計算のやり方がよくわかっていないことと，結合定数の大きさがわかっていないことが基本的な問題である。

クォークのパーコレーション

これから議論しようと思うのは幾何学の問題である。今，子供のつかう積み木があったとしよう。それは小さな立方体で銅か木でできている。これを無秩序に積み上げる(図5)。さて

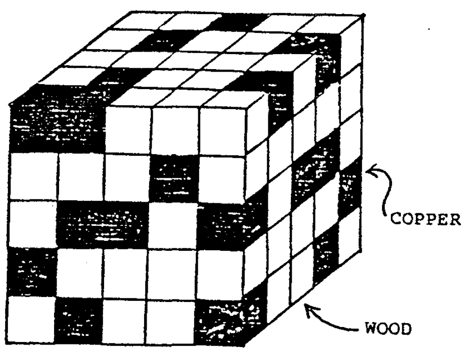

図5　積み木のパーコレション

この積み木は導体だろうか，絶縁体だろうか。もし5％が銅で95％が木なら絶縁体だろうが，逆に95％が銅で5％が木なら系は導体となろう。パーコレーションの問題とは系が導体となるときの銅の割合を決めることである。その答は数値計算で得られる。臨界値は31％のところにある。50％ぐらいになると銅の電気伝導度に漸近的に近づく。パーコレーション〝実

験″の計算は Thouless によって行われた。

核子の中のクォークは銅の中の電子のようにその中で自由にとびまわっている。問題はこの電子が1つの端から他の端へとび移ることができるかどうかであり，これを核物質の場合で考えるとクォークか原子核の端から端まで動く道筋があるかである。もしそうであれば無限系で系全体を動きまわることができる。少し話をかえてみて積み木を格子の上の球と見なおす。球の直径が隣接する球までの距離と等しくなると球はくっつく。単純立方格子の場合 31 % の格子が銅の球で占められるとパーコレーションがおこるわけだが，このとき銅球の占める空間の割合を調べると 16.2 %となっている。おもしろいことに，他の格子の場合（例えば fcc, hcp, bcc，ダイアモンド）臨界比率（銅球のある格子点の割合）はかなり変化するが空間を占有する割合はほとんど変わらない（表 2）。このわずかな違いは数値計算の誤差のなかにおさまる。非常に奇妙なパーコレーションの準不変性である。

表2　いろいろな格子でのパーコレーション

	Lattice	Critical Probability for Conduction	Fraction of Space Filled by Spheres
3d	fcc,hcp	.195	.144
	bcc	.24	.163
	sc	.31	.162
	diamond	.43	.146
			(3d values: ± 0.01)
2d	triangular	1/2	.4534
	Kagome	.6527	.4440

さてこれを原子核や核物質中の核子に応用してみよう。ここには粒子を置くべき格子はないので，球の重なり問題を考えるのが妥当だろう。つまり，既知の半径の球が空間に分布し重なり合った場合のパーコレーションの有無を考えることである。29 %以上の空間が球によって占められた時にパーコレーションがおこることがわかっている。この時，球の体積の和は全空間の体積の 34 %になっている。したがって，この場合に重なり合っている部分の体積は(34－29)×2＝10（%）ほどになっている。

関係する数値を思い出しておこう。標準状態の核物質密度は 0.17 個/ fm^3，核子半径を 1 fm とすれば1核子内での密度 $n_{\mathrm{H}} = 3/(4\pi r_0^3)$ は 0.24 個/ fm^3 となる。この大きな核子半径で考え

れば核子は実際上スシ詰め状態にあることになる。核子の表面がちょうど接触する最密状態の密度は

$$n_{\text{close packed}} = (\pi/3\sqrt{2})\ n_{\mathrm{H}} \approx 0.18\ \mathrm{fm}^{-3}$$

である。つまり，半径1fmの核子で考えると，標準核物質は核子の重なりがなければ，ほとんど最密状態にあることになる。しかしながら核力というものはもっと短距離的である。芯の部分は大体0.6 fmで，核子間距離2fmはOPEP（ one pion exchange potential ）として記述される核力の湯川テールに相当する。ここでの相互作用は弱いので第1近似としては無視できる。したがって多分ここでのパーコレーションの問題では，相互作用なしのランダムに重なった球としてよい。相互作用は粒子の平均の間隔が0.6 fm以下になると深刻だが，2 fm の場合は余り重要ではない。

先ほど言ったことを使えば，パーコレーションの密度は，標準核物質密度の半分である。

$$n_{\text{perc}} = 0.34\, n_{\mathrm{H}} \approx 0.5\, n_0$$

したがって原子核それ自身もすでにパーコレーションを起こしているにちがいない。このことはクォークが体系のなかで一方から他方へ移動する道ができていることを意味する。これはもちろん大きな半径のバッグにもとずいた結果であり，実はバッグはもっと小さいのかも知れない。Stonybrook の Brown-Rho はバッグの半径が 0.3 ～0.4 fm のモデルを提唱しているが，この場合には話は全く変わってくる。パーコレーション密度は核物質密度よりずっと高いものになる。

我々は次のような描像をもつ。パーコレーション密度より低い密度では独立な核子がある。核物質密度の半分くらいになると，十分な重なりが生じ無限に大きなクラスターができて，体系の端から端までクォークの通る道が通じる。もっと高密度になるとバッグが全空間を占め一様なクォーク物質になる。この転移が，多分，前に核物質とクォーク物質のエネルギー比較で議論した相転移であろう。

クォークと原子核物理学

バッグの大きさが1fmもあるというのは大きな問題がある。原子核物理学は核子を基本にしてたいへんうまくいっている。もし核子がそんなに大きいのなら核物理学がうまくいっていることをどう理解すべきか。原子核がパーコレートしているなら，その基本的な構成要素は核子とよく似た3つのクォークの束縛状態である。たとえ核内でクォークが閉じこめられていな

いにしても，クォークは3つずつ束縛されている。クォークが3つずつに束縛されているのは色静電相互作用によってであり，ちょうど空気中で電子が原子核に束縛されるのと同じく3色で中性になるからである。クォークが束縛されているということと閉じこめられているということは区別しなければならない。核子は原子核の中に束縛されてはいるが閉じこめられているわけではない。有限のエネルギーで原子核から外へ取りだして別な場所に移すことができるからだ。これに対し，1つの核子の中のクォークは閉じこめられていて，外へ取りだそうとすると無限のエネルギーを必要とする。

重陽子のバッグ模型が DeTar によって計算された。そこでは原子核を核子の集まりとしてではなく相関をもったクォークの集まりと見ている。図6にクォークの密度分布を示す。この模

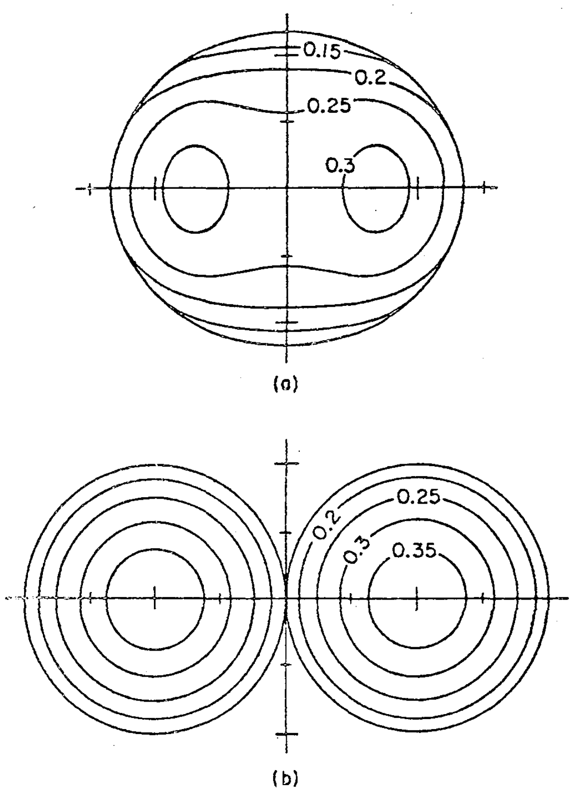

図6　クォークの密度分布

型で重陽子は2個の核子ではなく，2つのクラスターに分かれた6個のクォークからできている。

今までの話で相転移の様子は図7のようになる。これはバッグの半径 $r_0 \sim 1$ fm のときだが，もし $r_0 \sim 0.3$ とするとパーコレーション転移はもっと高い密度にうつり，それ以前にクォーク

の非局化がおこるかも知れない。

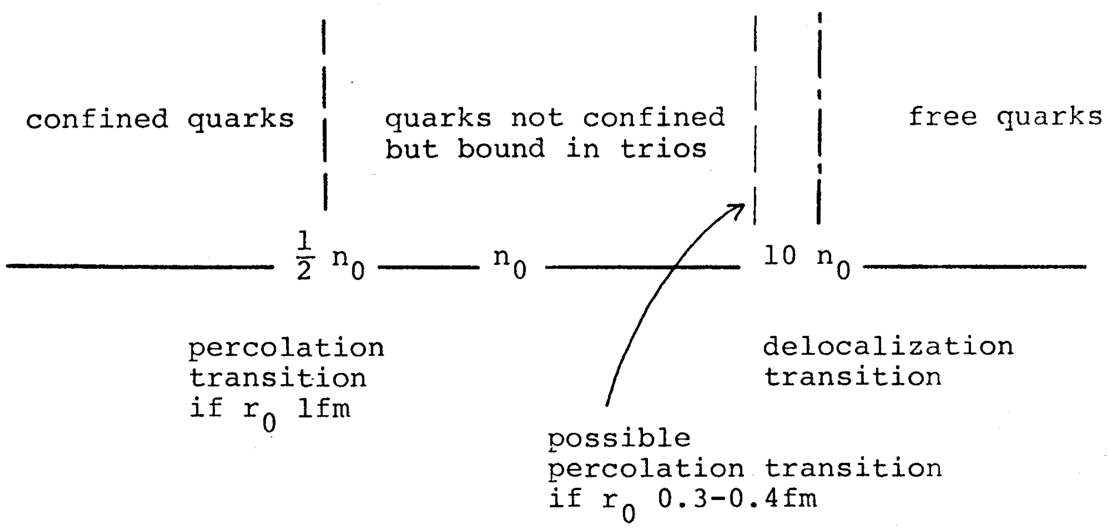

図7　物質の密度とパーコレーション相

このような物質におけるグルオン場の性質もおもしろい。核子がばらばらになっている低密度ではグルオン場は単に核内の空洞共振モードとしてあらわれ，離散的準位がでる。中間領域は空気中の光子とよく似ている。空気中にはランダムに原子が分布し，長波長の光に対しては屈折率の変化を与える。同じように中間のパーコレーションをおこしている領域では有効屈折率を変えることが予想される。グルオンの波長がクラスターの特徴的な長さより大きいときには，媒質は誘導体のように振るまい分散関係は単なる直線になるだろう。自由クォークの領域ではクォークがプラズマのようにグルオンを遮蔽するようになり，長波長の分散関係はプラズマ振動まで上がるだろう。

まとめてみると，我々は核物質がパーコレーションしているかどうかを決める最も基本的な量である核子の半径を知らない。私は個人的には小さなバッグがいいと思っている。核子の芯の0.6 fmというのは小さなバッグが接触する0.3 fm×２とつじつまが合っており，大きなバッグは考えにくい。もう１つの不確定要素はクォーク間の相互作用をになうグルオンについてよくわかっていない点がある。そのためにクォーク物質の可能性や，核内においてパーコレーション相を実験的に見る可能性などが余りはっきりしていない。

核物理学者がたいへんかしこいので，実験的に原子核でクォークの関与する現象を見つけるのは非常にむずかしい。いつも誰かが「これこそクォークだ！」という現象を捜している。何

かがあると30もの論文が現われて，いろいろなパラメーターを動かして核物理学の標準的な説明を与えてしまう。

我々は自由クォークへの相転移を1次転移と仮定して議論したが，1つ言っておくべきことがある。色の伝導体を考えると，核子相ではたしかにゼロでクォーク相では有限の値である。色伝導度でみれば何か相転移があるにちがいない。しかし問題は色伝導度がうまく定義できる量でないことである。色伝導度はゲージのとり方に依存している。色伝導度は相転移の指針のように思えるが，これは正しくないかも知れない。相転移など全くないのかも知れない。相転移が1次転移か2次転移かということも十分明らかではない。

クォークの閉じこめと宇宙論

宇宙のすべての物の相図を想像してみるのはおもしろい。今まで我々は，密度を上げていったときにクォークが閉じこめから解放される転移を論じてきた。最近，格子上のクォークとグルオンについての一連のおもしろい論文があらわれた。そこではある有限の温度で閉じこめから自由な相への転移がある。それによるとクォーク-グルオンの計算が磁性体のモデルに翻訳される。SU(2)の色理論がHeisenberg 模型となる。たいへん奇麗な対応が磁性理論と閉じこめ理論との間に成りたつ。結局，低温，低密度ではクォークは閉じこめられているが，他ではクォークは自由である。核子を加熱する，たとえば陽子を〝入れもの〟に入れてパイオンや核子の質量くらいまで加熱するとクォークは陽子の中に閉じこめられず自由になる。陽子は充分高温で蒸発して構成要素に分解するのである。

さて宇宙初期は非常な高温，高密度であった。宇宙の進化とともに相図の高温・高密度のところから現在の状態まである軌跡をえがく。途中でとじこめの相転移がおこったはずである。おもしろい問題は何かこの相転移の名残が宇宙論的に観測されないかということだ。例えば2つの宇宙論の大問題がある。第1は，何故銀河ができたのか。第2は，何故こんなにたくさんの光子がありながら核子はこんなに少いのか。第1の問題では，宇宙はバラバラの銀河からできているが，こうなるには重力的収縮のおこる不安定性が必要であった。だからはじめにある程度のゆらぎがあったはずだが，一様な宇宙から出発するなら$\sqrt{N}$の程度の統計的なゆらぎは銀河をつくるには全く不充分である。もっとゆらぎが必要であり，たぶんこれはこの相転移によるものだろう。第2の問題では，光子数が重粒子数に比してこの宇宙では

$$N_{\text{photon}}/N_{\text{barion}} \sim 10^{8-9}$$

になっている。これを言いかえれば，バリオンあたりのエントロピーがとてつもなく大きい。

このエントロピーも宇宙初期のクォーク-核子転移によって生成されたものだろう。この転移を理解するのは非常におもしろい問題である。（終）

（翻訳：真部知博，伊藤正和，寺中久男，高木春男，松井哲男，乙藤岳志
編集：上羽牧夫）

講義ノートの別刷を御希望の方は名大物理，黒田まで御請求ください。